



1 以下の設問(1)の  ,  に適する語句と設問(2)~(4)の  ~  
 に適する数を解答用紙の所定の欄に記入せよ.

(1) 3つのデータ 1, 2, 6 について,

$$f(a) = \frac{1}{3} \{ (1-a)^2 + (2-a)^2 + (6-a)^2 \}$$

$$g(a) = \frac{1}{3} \{ |1-a| + |2-a| + |6-a| \}$$

とおく.  $f(a)$  を最小にする  $a$  は3つのデータの  であり,  
 $g(a)$  を最小にする  $a$  は3つのデータの  である.

(2) 3次方程式  $x^3 + ax^2 + bx - b = 0$  (ただし  $b > 0$ ) が異なる2つの整数解  $p, q$   
(ただし,  $p$  は2重解) をもつとき,  $p = \text{ウ}$  ,  $q = \text{エ}$  である.

(3)  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2 x} dx = \frac{4\sqrt{3}-3}{12} \pi - \frac{1}{2} \log \text{オ}$

(4)  $\triangle ABC$  の内部の点  $O$  が  $7\vec{OA} + 5\vec{OB} + 3\vec{OC} = \vec{0}$  を満たしている.  
 $\triangle ABC$  の面積が30のとき,  $\triangle OBC$  の面積は  である.



2 平面上に3点  $P_1(1, 0)$ ,  $P_2(0, 1)$ ,  $P_3(a, b)$  ( $a > 0$ ,  $b > 0$ )がある. 原点を通る

直線  $l: y = tx$  ( $t$ は実数)と  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ との距離をそれぞれ  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$ とし,

$$f(t) = d_1^2 + d_2^2 + d_3^2$$

とおく. 以下の設問(1), (2)の  ~  に適する  $a$ ,  $b$ を用いた式を解答用紙の所定の欄に記入せよ. また, 設問(3)に対する解答を解答用紙の所定の欄に述べよ.

(1)  $f(0) =$   であり,  $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) =$   である.

(2)  $f'(t) = 0$ となる  $t$ の値は, 小さい方から ,  である.

(3)  $f(t)$ の最大値, 最小値について調べよ. 最大値, 最小値がある場合にはそれを与える  $t$ の値をそれぞれ結論欄に記入せよ. また, 最大値, 最小値がない場合には「なし」と結論欄に記入せよ.



3. 平面上に楕円  $C: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  と直線  $y = x + k$  ( $k$  は実数の定数) がある. 以下の設問に対する解答を解答用紙の所定の欄に記入せよ.

- (1) 点  $(x, y)$  と直線  $y = x + k$  に関して対称な点を  $(X, Y)$  とする. 点  $(x, y)$  が楕円  $C$  上を動くとき, 点  $(X, Y)$  が動いて描く曲線  $C_1$  の方程式を求めよ.
- (2) 曲線  $C$  と (1) の曲線  $C_1$  の共有点が 1 個であるような  $k$  の値をすべて求めよ.
- (3) 曲線  $C$  と (1) の曲線  $C_1$  の共有点が 4 個であるような  $k$  の値の範囲を求めよ.



4 以下の設問に対する解答を解答用紙の所定の欄に述べよ。

(1) 次の等式が成り立つことを  $n$  についての数学的帰納法を用いて示せ。

$$1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = \left\{ \frac{1}{2}n(n+1) \right\}^2 \quad (n=1, 2, 3, \cdots)$$

(2) 等式  $(k+1)^5 - k^5 = 5k^4 + 10k^3 + 10k^2 + 5k + 1$  を利用して、

$$\sum_{k=1}^n k^4 \quad (n=1, 2, 3, \cdots)$$

は  $n$  に関する 5 次式として表せることを示せ。

(3)  $d$  を自然数とすると、

$$\sum_{k=1}^n k^d \quad (n=1, 2, 3, \cdots)$$

は  $n$  に関する  $d+1$  次式として表せることを、 $d$  についての数学的帰納法を用いて示せ。

以上

